



ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЦЕНТР ТЕСТИРОВАНИЯ

ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ  
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙВариант по математике № 3  
Профильный уровень

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий базового уровня сложности с кратким ответом. Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом и 7 заданий повышенного и высокого уровней сложности с развернутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,80 - 0 , 8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной, или перьевой ручек.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желааем успеха!

## Справочные материалы

$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\sin 2a = 2 \sin a \cdot \cos a$$

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$$

$$\sin(a + \beta) = \sin a \cdot \cos \beta + \cos a \cdot \sin \beta$$

$$\cos(a + \beta) = \cos a \cdot \cos \beta - \sin a \cdot \sin \beta$$

ТЕСТ №



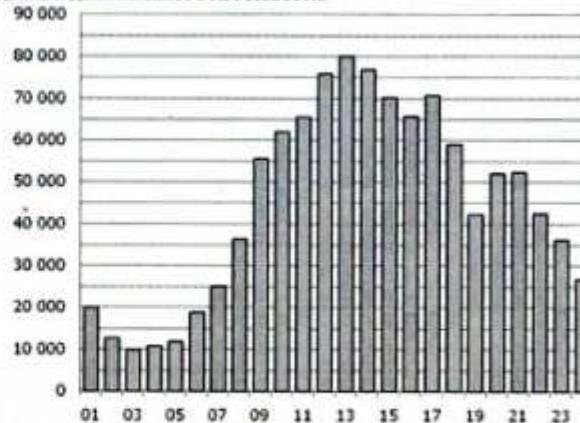
**Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.**

## Часть 1

- 1 Система навигации самолёта информирует пассажира о том, что полёт проходит на высоте 21 000 футов. Выразите высоту полёта в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

Ответ: \_\_\_\_\_

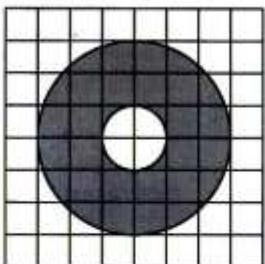
- 2 На диаграмме показано количество посетителей сайта РИА Новости в течение каждого часа 8 декабря 2009 года. По горизонтали указывается номер часа, по вертикали — количество посетителей сайта за данный час. Определите по диаграмме, каким было наибольшее количество посетителей в час в данный день на сайте РИА Новости.



Ответ: \_\_\_\_\_



- 3** На клетчатой бумаге изображены два круга. Площадь внутреннего круга равна 73. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



Ответ: \_\_\_\_\_.

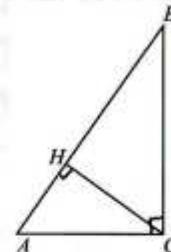
- 4** На фабрике керамической посуды 20% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 70% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5** Найдите корень уравнения  $\frac{x-27}{x-3} = 4$ .

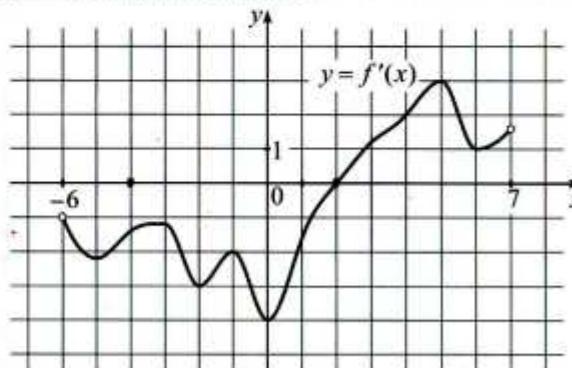
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $BC=12$ ,  $\cos A=0,25$ . Найдите высоту  $CH$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7** На рисунке изображён график  $y=f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-6; 7)$ . В какой точке отрезка  $[-4; 2]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?

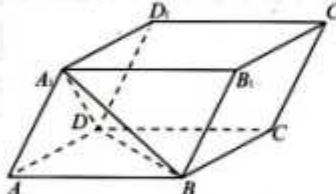


Ответ: \_\_\_\_\_.





- 8** Объём параллелепипеда  $ABCD_1B_1C_1D_1$  равен 27. Найдите объём треугольной пирамиды  $ABD_1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

### Часть 2

- 9** Найдите значение выражения  $\log_6 234 - \log_6 6,5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10** В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплен кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону  $H(t) = at^2 + bt + H_0$ , где  $H_0 = 3$  м — начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{1200}$  м/мин<sup>2</sup> и  $b = -\frac{1}{10}$  м/мин — постоянные,  $t$  — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ выразите в минутах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11** Федя надо решить 90 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днём. Известно, что за первый день Федя решил 10 задач. Определите, сколько задач решил Федя в последний день, если со всеми задачами он справился за 6 дней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12** Найдите наименьшее значение функции  $y = x^2 - 27x + 11$  на отрезке  $[0; 4]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**





**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

- 13 а) Решите уравнение  $\sin^2 x - 3\sin x - 4 = 0$ .

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}]$ .

- 14 На ребре  $AA_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1B_1C_1D_1$  взята точка  $E$  так, что  $A_1E : EA = 4 : 1$ , а на ребре  $BB_1$  – точка  $F$  так, что  $B_1F : FB = 2 : 3$ .

Известно, что  $AB = 5\sqrt{2}$ ,  $AD = 12$ ,  $AA_1 = 15$ .

- а) Докажите, что плоскость  $EFD_1$  делит ребро  $B_1C_1$  на два равных отрезка.  
б) Найдите угол между плоскостью  $EFD_1$  и плоскостью  $AA_1B_1$ .

- 15 Решите неравенство

$$x \leq \log_4(322 \cdot 14^x - 14^{2x+1}) - \log_4(322 \cdot 2^x - 7^{x+1} \cdot 2^{2x+1}).$$

- 16 Дан прямогульный треугольник  $RST$  с прямым углом  $T$ . На катете  $RT$  взята точка  $M$ . Окружность с центром  $O$  и диаметром  $TM$  касается гипотенузы в точке  $N$ .

- а) Докажите, что прямые  $MN$  и  $SO$  параллельны.  
б) Найдите площадь четырёхугольника  $SOMN$ , если  $TN = 8$  и  $RM : MT = 1 : 3$ .

- 17 10-го марта клиент взял кредит в банке на следующих условиях:

- срок кредита 24 месяца;
- 1-го числа каждого следующего месяца долг возрастает на 1,2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 9-е число каждого месяца следует погасить часть долга, так чтобы на 10-ое число каждого месяца долг уменьшался на одну и ту же сумму.

Какая сумма была взята в кредит, если известно, что общая сумма выплат равняется 1,035 млн рублей?

- 18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + ay^2 + 2x + 4 - a = 0, \\ ax^2 + y^2 + 2y + 4 - a = 0, \\ |x| > 1, \\ |y| > 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

- 19 Известно, что  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  и  $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$  – две бесконечные арифметические прогрессии, состоящие из натуральных чисел (разности прогрессий могут равняться нулю). Обозначим через  $A_n$  сумму первых  $n$  членов первой из этих прогрессий, а через  $B_n$  – сумму первых  $n$  членов второй из них.

- а) Могут ли одновременно выполняться равенства  $A_2 = 4B_2$  и  $A_4 = 10B_4$ ?  
б) Могут ли одновременно выполняться равенства  $A_2 = 6B_2$  и  $A_4 = 2B_4$ ?  
в) Какое наименьшее значение может принимать число  $k$ , если  $A_2 = 5B_2$ ,  $A_4 = 3B_4$  и  $A_5 = kB_5$ ?