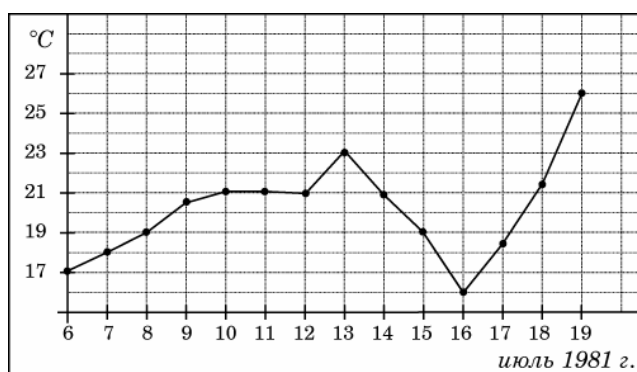


### Вариант 1 (2015)

**1.1** Для покраски 1 кв. м потолка требуется 290 г краски. Краска продаётся в банках по 2 кг. Какое наименьшее количество банок краски нужно купить для покраски потолка площадью 62 кв. м?

**1.2** Бегун пробежал 150 м за 15 секунд. Найдите среднюю скорость бегуна на дистанции. Ответ дайте в километрах в час.

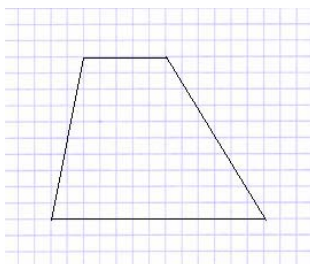
**2.** На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период температура была ровно  $21^{\circ}\text{C}$ .



**3.** Для транспортировки 42 тонн груза на 1100 км можно воспользоваться услугами одной из трех фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей для каждого перевозчика указана в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую перевозку?

Перевозчик	Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км)	Грузоподъемность автомобилей (тонн)
А	3200	3,5
Б	4100	5
В	9500	12

**4.** Найти длину средней линии трапеции, если размер клетки 5 см х 5 см. Ответ дайте в сантиметрах.



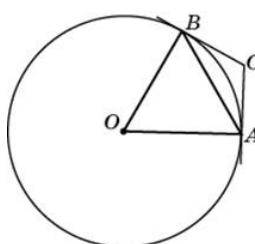
5. В чемпионате мира участвуют 20 команд. С помощью жребия их нужно разделить на пять групп по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5.

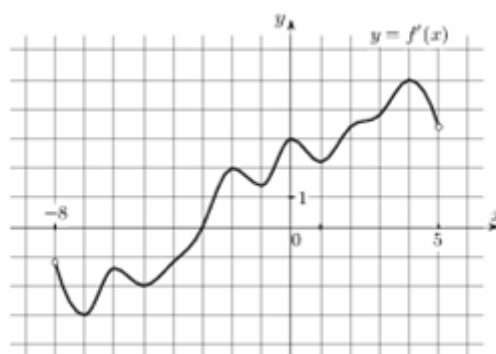
Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Китая окажется в четвёртой группе?

6. Найдите корень уравнения  $\log_{\frac{1}{7}}(7 - 3x) = -2$ .

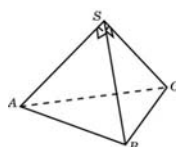
7. Касательные  $CA$  и  $CB$  к окружности образуют угол  $ACB$ , равный  $82^\circ$ . Найдите величину меньшей дуги  $AB$ , стягиваемой точками касания. Ответ дайте в градусах.



8. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-8; 5)$ . В какой точке отрезка  $[-1; 4]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



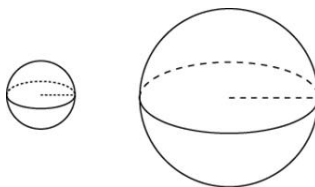
9. Боковые ребра треугольной пирамиды взаимно перпендикулярны, каждое из них равно 12. Найдите объем пирамиды.



10. Найдите значение выражения  $\frac{\cos(2\pi - \beta) - \sin\left(\frac{-3\pi}{2} + \beta\right)}{2 \cos(\beta - \pi)}$ .

11. Если достаточно быстро вращать ведро с водой на веревке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведерка сила давления воды на дно не остается постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила ее давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна  $P = m\left(\frac{v^2}{L} - g\right)$ , где  $m$  — масса воды в килограммах,  $v$  — скорость движения ведерка в м/с,  $L$  — длина веревки в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведро, чтобы вода не выливалась, если длина веревки равна 62,5 см? Ответ выразите в м/с.

12. Объем одного шара в 125 раз больше объема второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?



13. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 40 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 70 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 3,5 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

14. Найдите точку минимума функции  $y = (2x^2 - 12x + 12)e^{5-x}$ .

15. а) Решите уравнение

$$2 \sin x \cdot \sin\left(\frac{5\pi}{2} + 2x\right) - 4 \cos^2(\pi + x) = \sin x - 3$$

б) Найдите корни, принадлежащие промежутку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$

16. В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскость проходящая через прямую  $A_1 B$  параллельно прямой  $AC$  делит куб на два многогранника.

а) Докажите что отношение объемов многогранников **5:1**

б) Найдите ребро куба, если объем многогранника, имеющего большее количество граней равен  $20\sqrt{3}$

**17.** Решить неравенство:

$$\frac{6}{2x+1} > \frac{1 + \log_2(2+x)}{x}$$

**18.** В параллелограмме лежат две окружности, касающиеся трех его сторон и другой окружности каждая.

а) Доказать, что это окружности равных радиусов.

б) Найти площадь параллелограмма, если радиус окружности равен 1, так же известно, что длина одного из отрезков стороны параллелограмма от вершины до точки касания с одной из окружностей равна  $\sqrt{3}$ .

**19.** Алексей решил взять кредит в банке 100 тысяч рублей на 4 месяца под 5% в месяц. Существуют две схемы выплаты кредита. По первой схеме банк в конце каждого месяца начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 5%), затем Алексей переводит в банк фиксированную сумму и в результате выплачивает весь долг четырьмя равными платежами. По второй схеме тоже сумма долга в конце каждого месяца увеличивается на 5%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Алексеем. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Какую схему выгоднее выбрать Алексею? Сколько рублей будет составлять эта выгода?

**20.** Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$4e^x - \left| 5e^x - \left| e^x + 2a - 1 \right| \right| = 11 \left| e^x - 2 \right|$$

имеет ровно 2 корня.

**21.** На доске написано следующее выражение:  $*1/1*1/2*1/3...*1/12$

А) Докажите, что невозможно заменить звёздочки на  $+$  и  $-$  так, чтобы значение выражения стало равным 0.

Б) Какое наименьшее количество дробей надо убрать, чтобы стало возможным сделать значение оставшегося выражения равным 0 путём замены звёздочек на  $+$  и  $-$ .