

Пробная работа в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

23 апреля 2015 года

Вариант 1

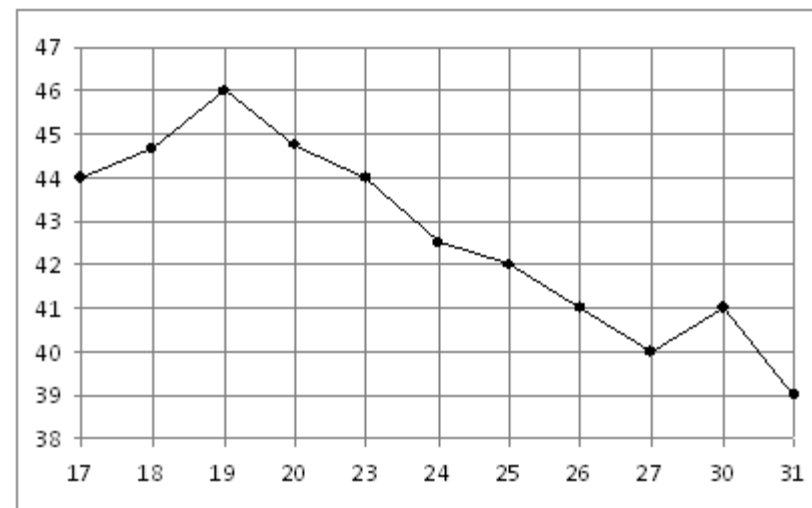
(профильный уровень)

Часть 1

Ответом к заданиям 1-14 является целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно

1. В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 10 человек следует взять $\frac{1}{10}$ фунта чернослива. Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 3 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.

2. На рисунке жирными точками показана цена нефти на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 17 по 31 августа 2004 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена барреля нефти в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена нефти на момент закрытия торгов была от 43 до 45 долларов США за баррель.



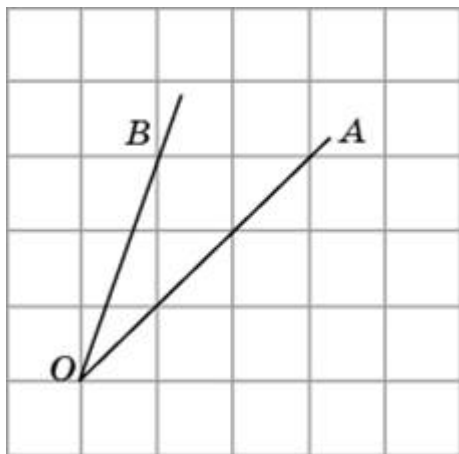
3. В таблице даны условия банковского вклада в трех различных банках. Предполагается, что клиент кладет на счет 20000 рублей на срок 1 год. В каком банке к концу года вклад окажется наибольшим? В ответе укажите сумму этого вклада в рублях.

Банк	Обслуживание счета*	Процентная ставка (% годовых)**
Банк А	50 руб. в год	2,2
Банк Б	9 руб. в месяц	2,3
Банк В	Бесплатно	1,2

* В начале года или месяца со счета снимается указанная сумма в уплату за ведение счета

** В конце года вклад увеличивается на указанное количество процентов.

4. Найдите тангенс угла AOB .

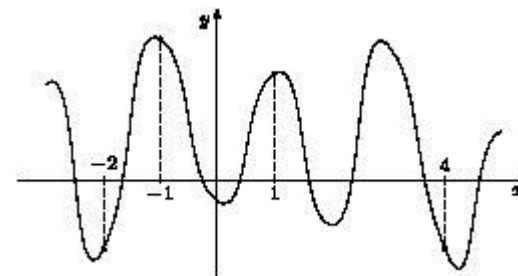


5. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

6. Найдите корень уравнения $(x+8)^5 = 243$.

7. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 153. Найдите площадь параллелограмма $A'B'C'D'$, вершинами которого являются середины сторон данного параллелограмма.

8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-2, -1, 1, 4$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



9. Цилиндр описан около шара. Объем шара равен 24. Найдите объем цилиндра.

Часть 2.

10. Найдите значение выражения

$$x + \sqrt{x^2 + 32x + 256} \text{ при } x \leq -16.$$

11. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε – ЭДС источника (в вольтах), $r = 1$ Ом – его внутреннее сопротивление, R – сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 20% от силы тока короткого замыкания $I_{\text{кз}} = \frac{\varepsilon}{r}$? (Ответ выразите в омах.)

12. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны $32\sqrt{5}$. Найдите расстояние между точками A_1 и D .

13. Два человека отправляются из одного и того же места на прогулку до опушки леса, находящейся в 4,4 км от места отправления. Один идёт со скоростью 2,5 км/ч, а другой — со скоростью

3 км/ч. Дойдя до опушки, второй с той же скоростью возвращается обратно. На каком расстоянии от точки отправления произойдёт их встреча?

14. Найдите наименьшее значение функции $y = (x+3)^2 e^{-3-x}$ на отрезке $[-5; -1]$.

Для записи решений и ответов на задания 15-21 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ

15. а) Решите уравнение $12 \cdot 36^{\sin x} - 12^{\sin x} = 4^{\sin x}$.
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{7\pi}{2}; 2\pi\right]$.

16. Дана правильная четырехугольная призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.
а) Докажите, что плоскости $AD_1 C$ и $BB_1 D_1$ перпендикулярны.
б) Найдите расстояние от точки B_1 до плоскости $AD_1 C$, если $AB = 7$, $AA_1 = 8$.

17. Решите неравенство $\left| \log_{0,5} x - 2 \right| \geq 2 + \frac{1}{4 - \left| \log_{0,5} x - 2 \right|}$.

18. Дан треугольник ABC .
а) Докажите, что радиус вневписанной окружности, касающейся стороны BC треугольника ABC , вычисляется по формуле $r_a = \frac{S}{p - a}$.

б) Найдите радиус вневписанной окружности, касающейся основания BC равнобедренного треугольника ABC , если высота, Корянов А.Г., Брянск, апрель 2015

опущенная на основание, равна 50, а радиус вписанной в треугольник окружности равен 24.

19. Сергей взял кредит в банке на несколько месяцев. В конце каждого месяца общая сумма оставшегося долга увеличивается на 12%, а затем уменьшается на сумму, уплаченную Сергеем. Суммы, выплачиваемые в конце каждого месяца, подбираются так, чтобы в результате сумма долга каждый месяц уменьшалась равномерно, то есть на одну и ту же величину. Общая сумма выплат превысила сумму кредита на 60%. Найдите, на какой срок (сколько месяцев) Сергей взял кредит в банке?

20. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 + xy - 7x - 14y + 49 = 0, \\ (x-6)^2 + (y-3)^2 = a^2, \\ x > 3 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

21. Можно ли расставить n натуральных чисел от 1 до n в таком порядке, чтобы среднее арифметическое любой группы из двух или более идущих чисел не было целым:

- а) при $n = 5$;
- б) при $n = 2k + 1$;
- в) при $n = 6$;
- г) при $n = 2k$?

Пробная работа в формате ЕГЭ

по МАТЕМАТИКЕ

23 апреля 2015 года

Вариант 2

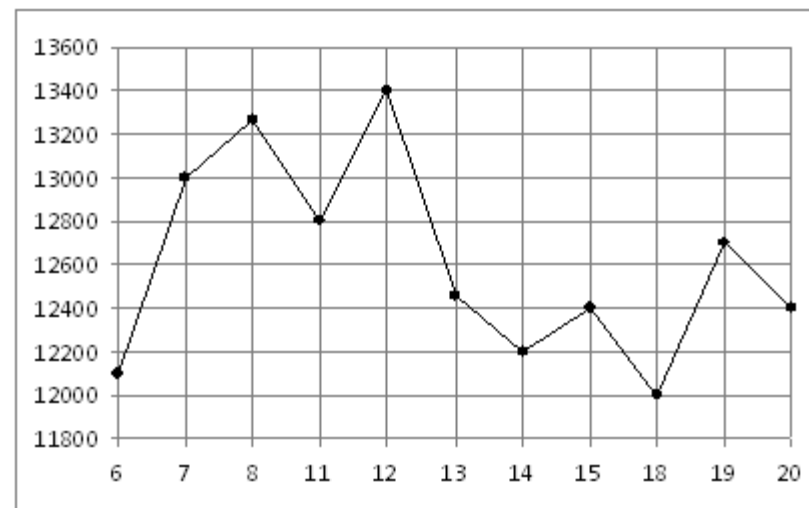
(профильный уровень)

Часть 1

Ответом к заданиям 1-14 является целое число или конечная десятичная дробь. Единицы измерения писать не нужно

1. В книге Елены Молоховец «Подарок молодым хозяйкам» имеется рецепт пирога с черносливом. Для пирога на 8 человек следует взять $\frac{3}{4}$ фунта чернослива. Сколько граммов чернослива следует взять для пирога, рассчитанного на 4 человек? Считайте, что 1 фунт равен 0,4 кг.

2. На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 20 мая 2009 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода цена никеля на момент закрытия торгов была меньше 12600 долларов США за тонну.



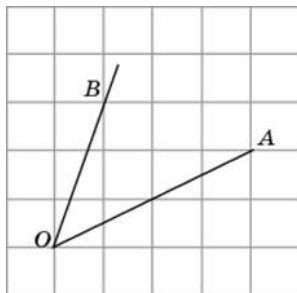
3. В таблице даны условия банковского вклада в трех различных банках. Предполагается, что клиент кладет на счет 10000 рублей на срок 1 год. В каком банке к концу года вклад окажется наибольшим? В ответе укажите сумму этого вклада в рублях.

Банк	Обслуживание счета*	Процентная ставка (% годовых)**
Банк А	40 руб. в год	2
Банк Б	8 руб. в месяц	3,5
Банк В	Бесплатно	1,5

* В начале года или месяца со счета снимается указанная сумма в уплату за ведение счета

** В конце года вклад увеличивается на указанное количество процентов.

4. Найдите тангенс угла AOB .

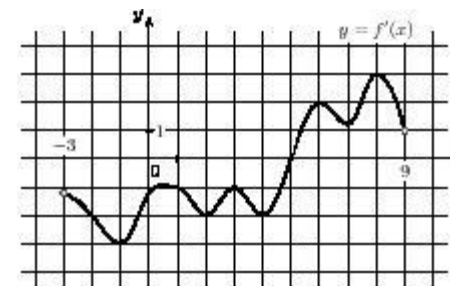


5. Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,3. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

6. Решите уравнение $\log_{x-5} 49 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

7. Диагонали четырехугольника равны 4 и 5. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.

8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3;9)$. В какой точке отрезка $[-2;2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



9. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, вписанной в цилиндр, радиус основания которого равен $8\sqrt{3}$, а высота равна 7.

Часть 2

10. Найдите значение выражения $x + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$ при $x \leq 2$.

11. Коэффициент полезного действия (КПД) некоторого двигателя определяется формулой $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100$, где T_1 – температура нагревателя (в градусах Кельвина), T_2 – температура холодильника (в градусах Кельвина). При какой минимальной температуре нагревателя T_1 КПД этого двигателя будет не меньше 15%, если температура холодильника $T_2 = 340$ К? Ответ выразите в градусах Кельвина.

12. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 23. Найдите угол $F_1 F D_1$. Ответ дайте в градусах.

13. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 16 рабочих, а во второй — 25 рабочих. Через 7 дней после начала работы в первую бригаду перешли 8 рабочих

из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

14. Найдите наименьшее значение функции $y = 2 \sin x + \frac{30}{\pi}x + 3$ на отрезке $\left[-\frac{5\pi}{6}; 0\right]$.

Для записи решений и ответов на задания 15-21 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (15, 16 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ

15. а) Решите уравнение $\log_3(3 \sin 2x - 2 \sin x - 3 \cos x + 4) = 1$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{11\pi}{2}; -\frac{7\pi}{2}\right]$.

16. На ребрах AA_1 , CC_1 , C_1D_1 параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ расположены соответственно точки M , N и P так, что $AM : AA_1 = C_1 N : C_1 C = C_1 P : C_1 D_1 = 4 : 5$.

а) Постройте точку H пересечения плоскости MNP с прямой BC .

б) Найдите отношение $BH : BC$.

17. Решите неравенство $|0,5^x - 1| \geq 5 + \frac{1}{7 - |0,5^x - 1|}$.

18. Дан треугольник ABC .

а) Докажите, что радиус вневписанной окружности, касающейся стороны BC треугольника ABC , вычисляется по формуле

$$r_a = \frac{S}{p - a}.$$

б) Найдите радиус вневписанной окружности, касающейся основания BC равнобедренного треугольника ABC , если высота, опущенная на основание, равна 18, а радиус окружности, описанной около треугольника, равен 25.

19. Часть денег от капитала в 500 млн рублей размещена в банке под 17% годовых, а другая часть инвестирована в производство, причем через год эффективность вложения ожидается в размере 240% (т.е. вложенная сумма денег x руб. оборачивается в капитал $2,4x$ руб.). Затем отчисляются деньги на издержки, которые задаются квадратичной зависимостью $0,00275x^2$. Прибыль от производства облагается налогом в 10%. Как распределить капитал между банком и производством, чтобы через год получить общую максимальную прибыль от размещения денег в банк и вложения денег в производство? Сколько рублей составит эта прибыль?

20. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} x^2 + (4a - 2)x + 3a^2 > 6a, \\ x^2 + (2a - 1)x \leq 3a^2 - 5a + 2. \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение?

21. Можно ли расставить n натуральных чисел от 1 до n в таком порядке, чтобы среднее арифметическое любой группы из двух или более идущих чисел не было целым:

а) при $n = 7$;

б) при $n = 2k + 1$;

в) при $n = 8$;

г) при $n = 2k$?